第 40 卷 第 2 期
2023 年 4 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 40 No. 2
Apr. 2023

文章编号:1000-4939(2023)02-0386-11

考虑刀盘影响的饱和土盾构对地层干扰分析

武崇福[1,2],胥刘奇[2,3],王立伟[1,2]

(1. 燕山大学河北省土木工程绿色建造与智能运维重点实验室,066004 秦皇岛;
2. 燕山大学建筑工程与力学学院, 066004 秦皇岛;3. 长葛市城乡规划中心,461500 长葛)

摘 要:为深入研究盾构施工过程中饱和土所受扰动问题,在已有研究的基础上,使用 Biot 固结方程变换求解得出的土体初始位移解和超孔隙水压力解,经坐标变换,推导了包括面板式刀盘与辐条式刀盘在内的,刀盘正面摩擦力和刀盘侧面摩擦力引起饱和土体竖向变形与孔隙水压力值解析式,对引起土体变形各因素进行模拟,并给出了盾构施工引起饱和土竖向总变形与总超静孔隙水压力的表达式。结合工程算例进行计算模拟,切口附加推力、盾壳摩擦力、土体损失的沉降曲线在垂直于盾构推进方向上对称分布,最大值集中在盾构轴线正上方。盾构刀盘正面与侧面摩擦力对地表盾构轴线两侧产生非对称变形,在盾构轴线正上方的地表处刀盘因素对地表变形基本无影响。两类刀盘对地表变形影响区别不大,辐条式刀盘在刀盘所处断面处引起隧道周围孔隙水压力的响应较为明显,沿盾构方向衰减也较快。

关键词:盾构施工;竖向变形;孔隙水压力;Biot 固结理论;饱和土;隧道工程

中图分类号:TU443 **文献标志码:**A **DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2023.02.016

Analysis of ground disturbance caused by shield construction considering cutter head in saturated soil

WU Chongfu[1,2], XU Liuqi[2,3], WANG Liwei[1,2]

(1. Laboratory of Green Construction and Intelligent Maintenance for Civil Engineering of Hebei Province, Yanshan University, 066004 Qinhuangdao, China;
2. School of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, 066004 Qinhuangdao, China;
3. Urban and Rural Planning Centre of Changge City, 461500 Changge, China)

Abstract: In order to study the disturbance of saturated soil during shield construction, based on the existing research, the initial displacement solution of soil and the solution of pore pressure are obtained by BIOT consolidation equation transformation. Through coordinate transformation, the solution of vertical deformation and pore pressure of saturated soil caused by front face friction of cutter head and side friction of cutter head, including panel-type cutter head and spoke-type cutter head, is derived. Analytical formulas are used to simulate the factors causing soil deformation, and the expressions of total vertical deformation and pore pressure of saturated soil are given. Combined with engineering examples, the calculation and

收稿日期:2021-07-03 **修回日期:**2022-06-17
基金项目:国家自然科学基金青年科学基金资助项目(No. 41807295);河北省自然科学基金(No. E2020203075)
通信作者:武崇福,教授。E-mail:wcfysu@163.com
引用格式:武崇福,胥刘奇,王立伟. 考虑刀盘影响的饱和土盾构对地层干扰分析[J]. 应用力学学报,2023, 40(2):386-396.
WU Chongfu, XU Liuqi, WANG Liwei. Analysis of ground disturbance caused by shield construction considering cutter head in saturated soil [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(2):386-396.

simulation show that the settlement curves of additional thrust, shield shell friction, and soil loss are symmetrically distributed in the direction perpendicular to the shield driving direction, and the maximum value is concentrated directly above the shield axis. The frontal and lateral frictions of the shield cutter head produce asymmetric surface deformation on both sides of the shield axis, while the cutter head factor above the shield axis has little effect on the surface deformation. There is little difference between the two types of cutters on the surface deformation. The response of the spoke-type cutter head to the pore pressure around the tunnel is obvious at the section where the cutter is located, and the attenuation along the shield direction is faster.

Key words: shield construction; vertical deformation; pore pressure; Biot consolidation theory; saturated soil; tunnel engineering

随着我国人口不断增加,各大城市交通越来越拥堵,基础设施建设也正在逐步完善之中。地铁作为城市高效运输方式之一,有着节省土地资源、与其他交通方式之间干扰较少等优点,因而在许多大中型城市都兴建起了地铁轨道交通。目前在修建地铁的施工方案中多数采用盾构法施工,虽盾构法施工有着诸多优点,但在盾构施工掘进中,盾构机自身必定会对隧道周围土层造成土体扰动,在不同水文地质条件下产生不同的土体变形,严重的情况下会危及地下管线及地上环境,所以对盾构法施工引起土体沉降的研究显得非常必要。

目前由盾构施工引起土体变形与地面沉降已取得诸多进展,主要有有限元模拟法、经验法、试验模拟法、理论推导法。有限元模拟法可以精确调整各项参数,利用有限元软件可对复杂工况的工程问题进行模拟求解[1-4],但该法建模复杂,计算费时。经验法是通过大量的工程资料总结分析,并预测地表沉降的方法,经验法中 Peck 公式[5]可以较好对隧道施工引起地表沉降进行模拟,各国学者通过改进调整 Peck 公式以提升其适用性与准确性[6-7],该法虽简单有效,却缺乏理论基础。试验模拟法[8-10]分为一般室内模型实验与土工离心实验,土工离心实验可还原土层初始应力状态,但实验成本昂贵,且对于实际工况的还原程度是重点。理论推导法基于明确的理论方法,采用严密的数学推导,引起了许多学者的研究兴趣,其中 Mindlin 解[11]被大量运用到盾构施工的变形预测中,根据地层中某点的受力预测土体变形情况。林存刚等[12-14]基于 Mindlin 解推导包括切口附加推力、盾壳摩擦力、刀盘摩擦力等因素引起的土体水平与竖向变形计算公式,但未涉及饱和土条件下盾构刀盘引起超孔隙水压与面板式刀盘引起地表沉降的问题。

SAGASETA[15]通过考虑地层损失因素的研究得出了地层损失对地表沉降的应变法。丁智等[16]通过使用 Biot 方程变换求解得出的土体初始位移解和超孔隙水压力解,推导了由切口附加推力、盾壳摩擦力与盾尾注浆压力 3 种因素引起的饱和土竖向变形解和超孔隙水压力解,但未考虑刀盘磨阻因素对土体的影响与扰动作用。PARK[17]以椭圆形土体变形模式为基础,采用应力函数法得到了隧道引起土体变形的弹性解,并对均匀圆形与椭圆形边界条件进行了对比分析。魏纲[18]通过对 Park 椭圆模型等土体移动模式的研究,建立了由焦点控制土体位移边界的模型,使用源汇法推导了土体损失引起的地表沉降的二维计算公式。

现有研究较少考虑盾构刀盘摩擦力引起的土体土体变形及孔隙水压力,为了更贴合实际盾构施工过程对隧道周边环境的扰动,使理论分析更加全面与完善,本研究推导了饱和土盾构掘进刀盘因素引起的土体竖向变形与孔隙水压力解析解,结合已有研究给出了盾构施工过程中土体竖向总变形公式与总超孔隙水压公式。利用工程算例计算与分析,研究了盾构掘进过程中刀盘因素、正面推力、盾壳摩擦力等因素对土体产生的影响。

1　饱和土盾构施工引起地表沉降及孔隙水压解析式

1.1　盾构推进时的受力分析与基本假定

盾构在推进时所受阻力有以下几种:①盾构机刀盘正面切削土体时与土体间产生的摩擦力,若为

面板式刀盘其摩擦力的最大值为 F_{1a}，若为辐条式刀盘其摩擦力最大值为 F_{1b}；刀盘侧面与土体摩擦产生的刀盘侧面摩擦力 F_{1c}；② 盾构机在掘进面与土体间作用的刀盘正面推力 F_2；③盾构掘进时盾构机的外壳体与土体间产生的摩擦力 F_3。除此之外，引起地表变形的原因还包括土体损失等因素。盾构掘进所受阻力示意图如图 1 所示。

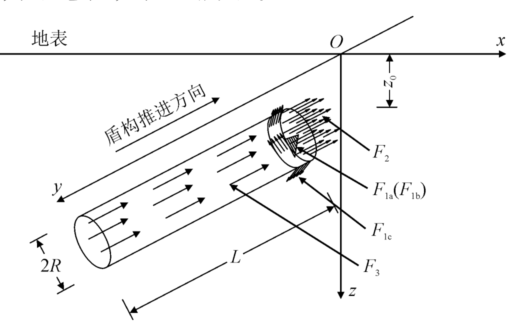


图 1　盾构掘进过程受力示意图

Fig. 1　Force diagram of shield tunneling process

为了简化盾构掘进这一复杂的动态过程，使其便于分析计算，作以下假定。

1）土体饱和，且为小变形、各向同性均匀的弹性体。

2）不考虑盾构掘进的时效性，只认为是空间上的变化。

3）盾构掘进无偏移沿预定轴线向前推进。

4）除了刀盘部分引起的摩擦力，切口正面推力、盾壳摩擦力都认为沿其作用面均匀分布。

1.2　集中力作用下的半无限空间饱和土体变形与孔隙水压解析式

陈振建[19] 使用 MCNAMEE[20] 和 SCHIFFMAN[21] 位移函数将轴对称和非轴对称的 Biot 固结方程解耦为一偏微分方程组，利用 Hankel 变换导出了常微分方程，再使用初始条件与边界条件，得出该方程的解答，即一组集中力作用下的饱和土体变形与孔隙水压力的解析式。

设半无限饱和土体内集中荷载作用于一点 K（如图 2），由竖直集中力引起任一点的土体变形为式(1)，孔隙水压力为式(2)；由水平集中力引起任一点的土体变形为式(3)，孔隙水压力为式(4)。

$$u_K=\frac{F}{8\pi G}\left\{\frac{r^2+2\,(z-h)^2}{[r^2+(z-h)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{2h^4+3h^2r^2+r^4+4hz(3h^2+r^2)}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{5}{2}}}+\frac{z^2(20h^2+3r^2)+12hz^3+2z^4}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}\tag{1}$$

$$p_K=-\frac{F}{4\pi}\left\{-\frac{(h-z)}{[r^2+(z-h)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{(h+z)}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{2h[-r^2+2\,(h+z)^2]}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}\tag{2}$$

$$u_K'=\frac{F'r\cos\theta}{8\pi G}\left\{\frac{z-h}{[r^2+(z-h)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{z-h}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{6hz(z+h)}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}\tag{3}$$

$$p_K'=\frac{F'r\cos}{4\pi}\left\{-\frac{1}{[r^2+(z-h)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{6h(z+h)}{[r^2+(z+h)^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}\tag{4}$$

式中：u_K 为竖直力作用下引起的沿 z 坐标轴方向的土体变形；p_K 为竖直力作用下引起的孔隙水压力值；u_K' 为水平力作用下引起的沿 z 坐标轴方向的土体变形；p_K' 为水平力作用下引起的孔隙水压力值；G 为土体的剪切模量；r 为集中力作用点与土体单元在水平面投影的距离；z 为任一土体单元的纵坐标值；h 为集中力作用点与 $z=0$ 平面的距离；θ 为集中力作用点与土体单元连线在集中力所在平面的夹角。

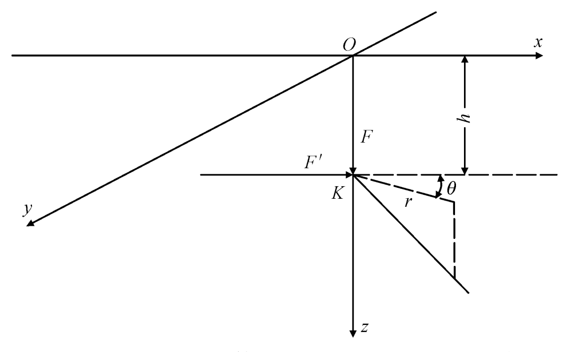


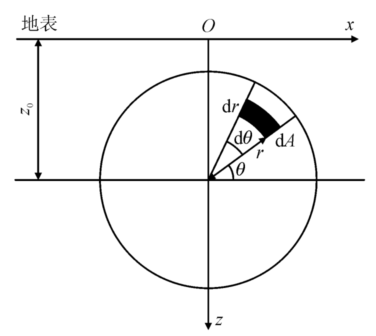
图 2　半无限饱和土体内一点作用水平力和竖直力

Fig. 2　The effect of horizontal and vertical concentrated force on a semi-infinite saturated soil

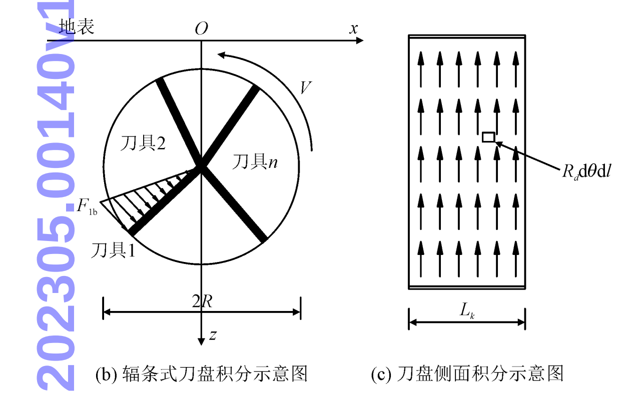
1.3　刀盘摩擦力引起的土体变形与孔隙水压力解

盾构设备的刀盘结构形式各异，刀具的类型与布置也随实际工况各不相同。本节对刀盘、刀具与土层间的接触作用力进行了模型简化，保留了刀盘旋转过程中重要的摩擦特性，将刀盘上突出的刀具的作用简化为分布在刀盘上的力，简化后的模型如图 3 所示。在盾构掘进过程中，随着刀盘的旋转，刀盘正面和侧圆周面会与周围接触的土体发生切削摩擦，因而会对土体产生相应的摩擦应力，在这部分应

力的作用下导致饱和土体的孔隙水压力值与变形的增长,本节讨论盾构过程中刀盘因素对土体的影响。刀盘摩擦力分为刀盘正面摩擦力与刀盘侧面摩擦力,本节使用上述公式推导出刀盘摩擦力引起的土体变形与孔隙水压力解。



(a) 面板式刀盘积分示意图



(b) 辐条式刀盘积分示意图　　(c) 刀盘侧面积分示意图

图 3　刀盘摩擦力积分示意图

Fig. 3　Schematic diagram of the frictional integration of the cutter head

1.3.1　刀盘正面摩擦力引起的土体变形与孔隙水压力解

本研究将刀盘按其结构形式的不同分为面板式刀盘和辐条式刀盘,两种刀盘的受力形式有所不同,辐条式刀盘的受力区域主要集中在辐条上,而面板式刀盘的受力区域则分布在刀盘面板上,以下分别对两种刀盘形式进行理论推导。

①面板式刀盘

取面板式刀盘上任一微元 dA,假定面板上任一径向受三角形的摩擦力,该微元上所受集中力为 $dF=F_{1a}r^2\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta/R_d$,将该力分解则水平分力为,竖直力 $F_{1a}\cos\theta r^2\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta/R_d$,受力点埋深为 $h=z_0+r\sin\theta$,刀盘的转动方向为 z 轴的正半轴转向 x 轴的正半轴。先将式(1)和式(3)转换为直角坐标式,并注意到集中力作用点与所求点之间距离的变化,利用叠加原理求出整个面板式刀盘正面摩擦力引起的某点处土体竖向变形。同样的面板式刀盘正面摩擦力引起某处土体孔隙水压力由式(2)和式(4)经坐标系转换后求积分得出,积分示意图如图 3(a)所示。

$$\begin{aligned}u_{1a} ={}& \int_0^{2\pi}\int_0^{R_d}F_{1a}(x+r\cos\theta)\sin\theta r^2\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta/(8\pi GR_d)\cdot\\&\{(z-z_0-r\sin\theta)/R_1^3+(z-z_0-r\sin\theta)/R_2^3-\\&6(z_0+r\sin\theta)z(z+z_0+r\sin\theta)/R_2^5\}+\\&\int_0^{2\pi}\int_0^{R_d}F_{1a}\cos\theta r^2\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta/(8\pi GR_d)\cdot\\&\{[(x+r\cos\theta)^2+y^2+2(z-z_0-r\sin\theta)^2]/R_1^3+\\&[2(z_0+r\sin\theta)^4+3(z_0+r\sin\theta)^2((x+\\&r\cos\theta)^2+y^2)+((x+r\cos\theta)^2+y^2)^2+\\&4(z_0+r\sin\theta)z(3(z_0+r\sin\theta)^2+(x+r\cos\theta)^2+\\&y^2)]/R_2^5+[z^2(20(z_0+r\sin\theta)^2+\\&3(x+r\cos\theta)^2+3y^2)+12(z_0+r\sin\theta)z^3+\\&2z^4]/R_2^5\}\end{aligned}\tag{5}$$

$$\begin{aligned}P_{1a} ={}& \int_0^{2\pi}\int_0^{R_d}(x+r\cos\theta)F_{1a}r^2\sin\theta\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta/(4\pi R_d)\cdot\\&\{-R_1^{-3}-R_2^{-3}+6(z_0+r\sin\theta)(z+z_0+\\&r\sin\theta)/R_2^5\}-\int_0^{2\pi}\int_0^{R_d}F_{1a}r^2\cos\theta\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta/(4\pi R_d)\cdot\\&\{-(z_0+r\sin\theta-z)/R_1^3+(z_0+r\sin\theta+\\&z)/R_2^3+2(z_0+r\sin\theta)[-(x+r\cos\theta)^2-\\&y^2+2(z_0+r\sin\theta+z)^2]/R_2^5\}\end{aligned}\tag{6}$$

式中

$$R_1=\sqrt{(x+r\cos\theta)^2+y^2+(z_0+r\sin\theta-z)^2},$$

$$R_2=\sqrt{(x+r\cos\theta)^2+y^2+(z_0+r\sin\theta+z)^2}$$

式中:u_{1a}为面板式刀盘正面摩擦力产生的土体竖向变形;P_{1a}为面板式刀盘正面摩擦力产生的土体孔隙水压力;F_{1a}为面板式刀盘正面摩擦力最大值;z_0 为隧道截面的中心埋深;R_d 为盾构开挖半径。

②辐条式刀盘

对于辐条式刀盘,其摩擦力主要集中在辐条上,假定每辐刀具上受三角形的摩擦力,取刀具上的任一微元 $dA=r\mathrm{d}r$,该微元上所受集中力为 $dF=F_{1b}\cdot r^2\mathrm{d}r/R_d$,,将该力分解则水平分力为 $F_{1b}\sin\theta r^2\mathrm{d}r/R_d$,竖直力 $F_{1b}\cos\theta r^2\mathrm{d}r/R_d$,受力点埋深为 $h=z_0+r\sin\theta$,刀盘的转动方向为 z 轴的正半轴转向 x 轴的正半轴,辐条式刀盘正面摩擦力引起某处土体变形由式(1)和式(3)经坐标系转换后求积分得出,辐条式刀盘正面摩擦力引起某处土体孔隙水压力由式(2)和式(4)经坐标系转换后求积分得出,积分示意图如图 3(b)所示。

$$u_{1b} = \sum_{n=1}^{m}\int_0^{R_d} F_{1b}(x + r\cos\varphi)\sin\varphi r^2 dr/(8\pi GR_d)\cdot \{(z - z_0 - r\sin\varphi)/R_1^3 + (z - z_0 - r\sin\varphi)/R_2^3 + 6(z_0 + r\sin\varphi)z(z + z_0 + r\sin\varphi)/R_2^5\} + \sum_{n=1}^{m}\int_0^{R_d} F_{1b}\cos\varphi r^2 dr/(8\pi GR_d)\cdot \{[(x + r\cos\varphi)^2 + y^2 + 2(z - z_0 - r\sin\varphi)^2]/R_1^3 + [2(z_0 + r\sin\varphi)^4 + 3(z_0 + r\sin\varphi)^2((x + r\cos\varphi)^2 + y^2) + ((x + r\cos\varphi)^2 + y^2)^2 + 4(z_0 + r\sin\varphi)z(3(z_0 + r\sin\varphi)^2 + (x + r\cos\varphi)^2 + y^2)]/R_2^5 + [z^2(20(z_0 + r\sin\varphi)^2 + 3(x + r\cos\varphi)^2 + 3y^2) + 12(z_0 + r\sin\varphi)z^3 + 2z^4]/R_2^5\} \tag{7}$$

$$P_{1b} = \sum_{n=1}^{m}\int_0^{R_d}(x + r\cos\varphi)F_{1b}r^2\sin\varphi dr/(4\pi R_d)\cdot \{-R_1^{-3} - R_2^{-3} + 6(z_0 + r\sin\varphi)(z + z_0 + r\sin\varphi)/R_2^5\} - \sum_{n=1}^{m}\int_0^{R_d}F_{1b}r^2\cos\varphi dr/(4\pi R_d)\cdot \{-(z_0 + r\sin\varphi - z)/R_1^3 + (z_0 + r\sin\varphi + z)/R_2^3 + 2(z_0 + r\sin\varphi)[-(x + r\cos\varphi)^2 - y^2 + 2(z_0 + r\sin\varphi + z)^2]/R_2^5\} \tag{8}$$

式中

$$R_1 = \sqrt{(x + r\cos\varphi)^2 + y^2 + (z_0 + r\sin\varphi - z)^2},$$

$$R_2 = \sqrt{(x + r\cos\varphi)^2 + y^2 + (z_0 + r\sin\varphi + z)^2}$$

式中：u_{1b} 为辐条式刀盘正面摩擦力产生的土体竖向变形；P_{1b} 为辐条式刀盘正面摩擦力产生的土体孔隙水压力；F_{1b} 为辐条式刀盘正面摩擦力最大值；z_0 为隧道截面的中心埋深；$\varphi = 2\pi - \varphi - 2\pi(n-1)/m$；$\varphi$ 为刀具的初始角；m 为刀具的辐条总数；R_d 为盾构开挖半径。

1.3.2 刀盘侧面摩擦力引起的土体变形与孔隙水压力解

取刀盘侧面任一微元 dA，该微元上所受集中力为 $dF = F_{1c}R_d d\theta dl$，将该力分解则水平分力为 $F_{1c}R_d\sin\theta d\theta dl$，竖直力 $F_{1c}R_d\cos\theta d\theta dl$，受力点埋深为 $h = z_0 + r\sin\theta$，刀盘侧面摩擦力引起的土体变形由式(1)和式(3)经坐标系转换后求积分得出，刀盘正面摩擦力引起的孔隙水压力由式(2)和式(4)经坐标系转换后求积分得出，积分示意图如图3(c)所示。

$$u_{1c} = \int_0^{2\pi}\int_0^{L_k}F_{1c}(x + R_d\cos\theta)R_d\sin\theta d\theta dl/(8\pi G)\cdot \{(z - z_0 - R_d\sin\theta)/R_1^3 + (z - z_0 - R_d\sin\theta)/R_2^3 - 6(z_0 + R_d\sin\theta)z(z + z_0 + R_d\sin\theta)/R_2^5\} + \int_0^{2\pi}\int_0^{L_k}F_{1c}R_d\cos\theta d\theta dl/(8\pi G)\cdot \{[(x + R_d\cos\theta)^2 + (y - l)^2 + 2(z - z_0 - R_d\sin\theta)^2]/R_1^3 + [2(z_0 + R_d\sin\theta)^4 + 3(z_0 + R_d\sin\theta)^2((x + R_d\cos\theta)^2 + (y - l)^2) + ((x + R_d\cos\theta)^2 + (y - l)^2)^2 + 4(z_0 + R_d\sin\theta)z(3(z_0 + R_d\sin\theta)^2 + (x + R_d\cos\theta)^2 + (y - l)^2)]/R_2^5 + [z^2(20(z_0 + R_d\sin\theta)^2 + 3(x + R_d\cos\theta)^2 + 3(y - l)^2) + 12(z_0 + R_d\sin\theta)z^3 + 2z^4]/R_2^5\} \tag{9}$$

$$P_{1c} = \int_0^{2\pi}\int_0^{L_k}(x + R_d\cos\theta)F_{1c}R_d\sin\theta d\theta dl/(4\pi)\cdot \{-R_1^{-3} - R_2^{-3} + 6(z_0 + R_d\sin\theta)(z + z_0 + R_d\sin\theta)/R_2^5\} - \int_0^{2\pi}\int_0^{L_k}F_{1c}R_d\cos\theta d\theta dl/(4\pi)\cdot \{-(z_0 + R_d\sin\theta - z)/R_1^3 + (z_0 + R_d\sin\theta + z)/R_2^3 + 2(z_0 + R_d\sin\theta)\cdot [-(x + R_d\cos\theta)^2 - (y - l)^2 + 2(z_0 + R_d\sin\theta + z)^2]/R_2^5\} \tag{10}$$

式中

$$R_1 = \sqrt{(x + R_d\cos\theta)^2 + (y - l)^2 + (z_0 + R_d\sin\theta - z)^2},$$

$$R_2 = \sqrt{(x + R_d\cos\theta)^2 + (y - l)^2 + (z_0 + R_d\sin\theta + z)^2}$$

式中：u_{1c} 为刀盘侧面摩擦力产生的土体竖向变形；P_{1c} 为刀盘侧面摩擦力产生的土体孔隙水压力；F_{1c} 为刀盘侧面摩擦力最大值；z_0 为隧道截面的中心埋深；R_d 为盾构开挖半径。

1.4 正面附加推力、盾壳摩擦力、土体损失引起的土体变形与孔隙水压力解

丁智等[16]通过使用BIOT方程变换求解得出的土体初始位移解和超孔隙水压力解，对盾构正面切口附加推力、盾壳摩擦力引起的土体变形和孔隙水压力问题进行了理论推导。计算示意图如图4所示，通过选取合适的积分微元，推导出其所受集中力，再经坐标系转换求积分得出切口附加推力引起的土体变形和孔隙水压解为 u_2 和 P_2；盾壳摩擦力引起的土体变形和孔隙水压解为 u_3 和 P_3。

$$u_2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{R_d} f_1(r,\theta)drd\theta \tag{11}$$

$$P_2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{R_d} f_2(r,\theta)drd\theta \tag{12}$$

$$u_3 = \int_0^{2\pi}\int_0^L f_3(s,\theta)\,\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta \tag{13}$$

$$P_3 = \int_0^{2\pi}\int_0^L f_4(s,\theta)\,\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta \tag{14}$$

随着盾构机开挖与前进，盾首和盾尾处会相应产生间隙，引起土体损失，SAGASETA[15]通过对地层损失的研究得到地表竖向位移解析式。

$$u_{zf} = \frac{V_{sf}}{2\pi}\cdot\frac{z_0}{x^2+z_0^2}\left(1+\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z_0^2}}\right) \tag{15}$$

$$u_{zt} = \frac{V_{st}}{2\pi}\cdot\frac{z_0}{x^2+z_0^2}\left(1+\frac{y-L}{\sqrt{x^2+(y-L)^2+z_0^2}}\right) \tag{16}$$

式中：u_{zf}、u_{zt}分别为开挖面地层损失和盾尾间隙产生的土体竖向变形；V_{sf}、V_{st}分别为开挖面和盾尾的地层损失；z_0 为隧道截面的中心埋深。

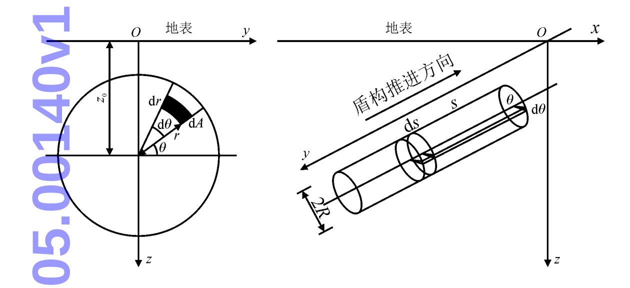


图 4　正面附加推力与盾壳摩擦力积分示意图

Fig. 4　Sketch of integral on additional thrust of front incision and shield shell friction

1.5　盾构掘进引起饱和土竖向总变形与孔隙水压表达式

综合以上各因素引起任意点土体竖向变形表达式，得出总竖向变形表达式，面板式刀盘盾构掘进引起任意点土体变形为式(17)，孔隙水压力值为式(18)；辐条式刀盘盾构掘进引起任意点土体变形为式(19)，孔隙水压力值为式(20)。

$$u = u_{1a} + u_{1c} + u_2 + u_3 + u_{zf} + u_{sf} \tag{17}$$

$$P = P_{1a} + P_{1c} + P_2 + P_3 \tag{18}$$

$$u = u_{1b} + u_{1c} + u_2 + u_3 + u_{zf} + u_{sf} \tag{19}$$

$$P = P_{1b} + P_{1c} + P_2 + P_3 \tag{20}$$

2　工程算例与分析

本节以杭州地铁某盾构隧道施工段为例，其实际参数如下。该项目盾构区间全长为 503.866 m，盾构设备使用的是日本石川岛土压式平衡盾构机，隧道衬砌为钢筋混凝土预制管片，搭接方式为错缝拼装，衬砌内径 5.5 m，外径 6.2 m，单环宽度为 1.2 m，衬砌厚度为 0.35 mm。盾构掘进穿越地层为高含水率的软弱土层，该地区软土的平均重度为 $Y_s = 18\ \mathrm{kN\cdot m^{-2}}$，盾构上覆土层加权平均内摩擦角约为 16.6°。使用 MATLAB 软件对以上公式进行模拟计算，本研究计算参数选取如下：盾构截面的外半径 $R_d = 3.1$ m，盾构机主机长 $L = 8.58$ m，土体切变模量 $G = 4$ MPa，隧道的实际轴线深度 $z_0 = 12.76$ m，泊松比 $\mu = 0.3$。结合唐晓武等[14,22-23]对其他参数进行取值，依据杭州市地区盾构经验，其中若刀盘为辐条式刀盘，则初始角度为随机，因此取初始角 $\varphi = 15°$，辐条数 $m = 5$，开口率取 40%，F_{1b} 取 76.3 kPa，刀盘宽度 $L_k = 0.5$ m，刀盘侧面摩擦力 F_{1c}取 71.9 kPa。刀盘正面附加推力 $F_2 = 75.0$ kPa，盾壳摩擦力 $F_3 = 39.35$ kPa，本算例对采用面板式和辐条式两种刀盘的盾构机进行模拟计算，若为面板式刀盘，其正面摩擦力 F_{1a} 取 54.6 kPa。

对盾构机穿越计算断面过程中，引起地表横向变形规律进行分析，取不同 y 值控制盾构开挖面与计算断面的距离。不同因素随距离变化的特征有所不同，对不同因素选取具有代表性的 y 值。分别对上文公式进行计算模拟。

2.1　盾构掘进过程各因素引起地表变形分析

2.1.1　刀盘切削土体产生的地表变形分析

面板式刀盘和辐条式刀盘正面摩擦力引起地表沉降沿 x 轴的分布如图 5 和图 6 所示，两种刀盘的地表变形曲线相似，都在$x = 0$两侧反对称分布，当 $x < 0$ 时即盾构轴线的左侧地表为沉降，$x > 0$ 时盾构轴线的右侧地表则发生隆起变形，变形值大小随着盾构施工掘进而变化。

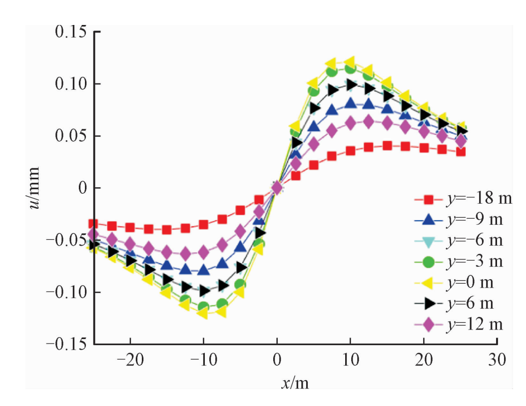


图 5　面板式刀盘正面摩擦力引起竖向地表变形

Fig. 5　Transverse surface deformation caused by front friction of panel-type cutter head

两种刀盘正面摩擦力在隧道开挖面上都有最大

变形值,在开挖面两侧变形逐渐减少。面板式刀盘摩擦力引起地表最大变形值为0.12 mm,辐条式刀盘摩擦力引起地表沉降和隆起的最大值为 0.13 mm。两种刀盘的地表变形最大值都发生在盾构轴线两侧约为 10 m 左右的位置。以$x = \pm 10$ m 为中心,沿着水平方向靠近或远离盾构轴线,由刀盘因素引起的变形值都减少,在$|x| \leqslant 5$ m 这一区间刀盘因素引起地表变形迅速减小,面板式刀盘在隧道开挖面上该区间的变形值衰减达 83.3%,辐条式刀盘的变形值大小衰减了 80.6%。

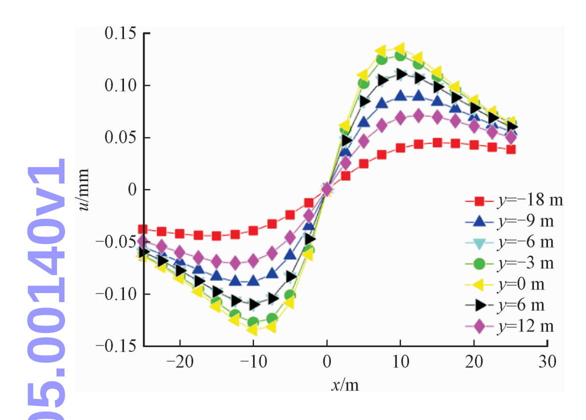


图 6 辐条式刀盘正面摩擦力引起竖向地表变形

Fig. 6 Transverse surface deformation caused by frontal friction of spoke-type cutter head

刀盘侧面摩擦力引起地表沉降沿 x 轴分布如图 7 所示,与刀盘正面摩擦力类似,地表变形曲线在 $x=0$两侧反对称分布。

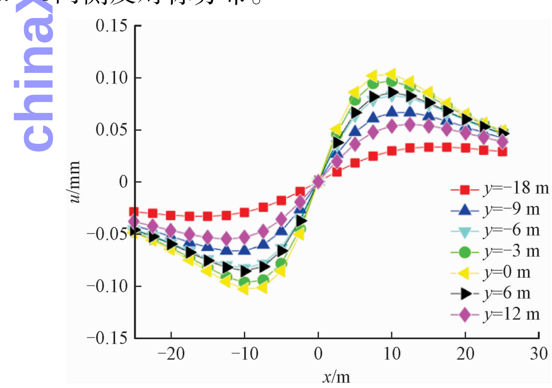


图 7 刀盘侧面摩擦力引起竖向地表变形

Fig. 7 Transverse surface deformation caused by side friction of cutter head

在 $x<0$ 时引起地表沉降,$x>0$ 时引起地表隆起。盾构切口到达计算断面之前随着盾构掘进,刀盘侧面摩擦力引起地表变形增大,在隧道开挖面处达到最大值,随后刀盘侧面摩擦力引起地表变形减少。刀盘侧摩擦引起的地表变形最大值为 0.1 mm,该最大变形的位置位于盾构切口到达计算断面时 $x = \pm 10$ m 处。与刀盘正面摩擦力引起地表变形相比,刀盘侧面摩擦力引起地表变形值稍小。同样的,在$|x| \leqslant 5$ m 这一区间内,在隧道开挖面处沿水平方向向盾构轴线靠近,地表变形值迅速减小,减小幅度达 83.2%。总地来说,刀盘对地表变形影响主要在盾构开挖面两侧一定范围内,在开挖面上达到极值,极值分布在盾构轴线两侧 10 m 位置处,并在$|x| \leqslant 5$ m 这一区间范围内迅速衰减。

2.1.2 切口附加推力、盾壳摩擦力、土体损失引起地表变形分析

盾构施工过程中切口附加推力引起地表沉降沿水平方向的分布如图 8 所示,曲线在盾构推进轴线两侧对称分布。地表竖向变形的最大值发生在盾构轴线的正上方。盾构到达前当 $y = -9$ m 时地表有最大隆起值。盾构到达计算断面处时切口附加推力对地表竖向变形无贡献。对比图中几条曲线,地表变形在隧道开挖面附近变化速度较快,超过开挖面以后,地面沉降值随着施工的推进而增大,在 $y=9$ m 时盾构轴线正上方达到最大沉降值 1.3 mm,并在其两侧 10 m 范围内衰减 40%,随后沉降随距离增加沉降值减少。这是由于当开挖面超过监测断面一定距离后,由于盾构机与监测断面的距离过大,包括切口附加推力与盾壳摩擦力等盾构行为引起的土体变形产生回弹。

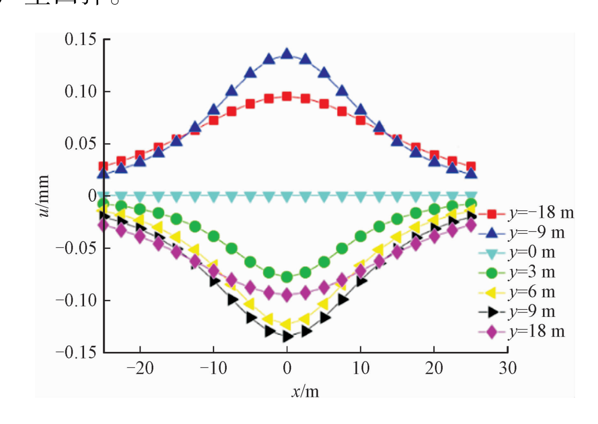


图 8 切口附加推力引起竖向地表变形

Fig. 8 Transverse surface deformation caused by additional thrust of incision

盾构施工过程中盾壳摩擦力引起地表沉降沿水平方向的分布分别如图 9 所示。曲线同样在 $x=0$ 两侧对称分布,地表变形最大值发生在曲线中间,并向两侧衰减。在盾构到达前 −5 m 时有隆起极值,随着盾构施工推进,在大约 $L/2$ 平面处盾壳摩擦力对地表变形基本无贡献,以该平面为中心,地表变形值在其两侧附近变化速度较快,随后随着与计算断

面距离增加而沉降值逐渐增加，在 $y=14$ m 处有最大沉降值 3.7 mm。

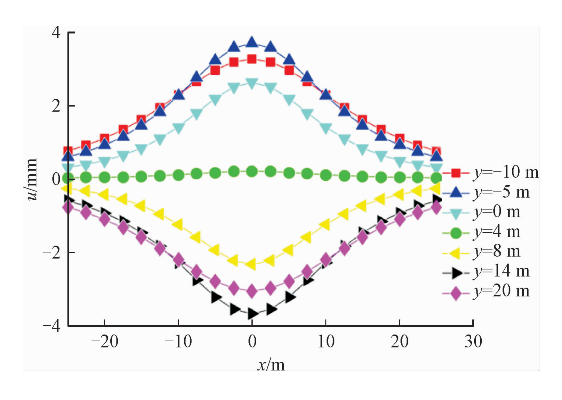


图 9　盾壳摩擦力引起竖向地表变形

Fig. 9　Transverse surface deformation caused by shield shell friction

土体损失引起的地表变形沿 x 轴的分布如图 10 所示。地表变形曲线在 $x=0$ 两侧对称分布，最大值发生在盾构轴线正上方位置。随着盾构施工的掘进沉降逐渐增大。从盾构到达监测面开始，土体损失引起地表变形明显增加，当 $y=20$ m 时由土体损失引起的地表变形达到 9.0 mm，并在其两侧 10 m 这一区间内，沉降向两侧衰减迅速，衰减幅度达 41%。由数据对比可看出，土体损失引起最大地表变形，因此是地表变形主要的因素。

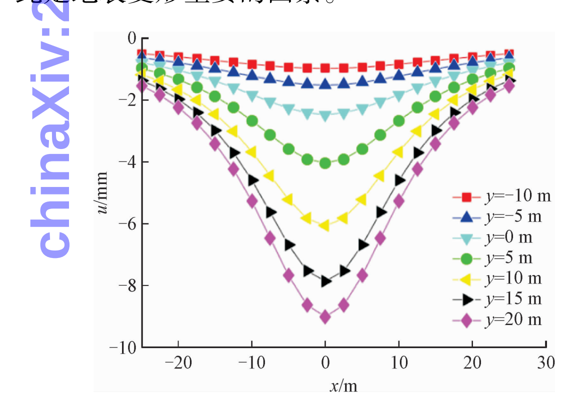


图 10　土体损失引起竖向地表变形

Fig. 10　Transverse surface deformation caused by soil loss

2.1.3　总地表变形及影响因素分析

将实测值与本研究方法使用面板式刀盘的盾构机掘进引起总变形的模拟结果进行对比，如图 11 所示。SD160 为杭州地铁二号线丰潭路站地铁施工项目区段，总竖向变形公式的模拟结果与实测值基本一致，说明本研究计算方法的合理性。

盾构推进过程引起地表总竖向变形沿 x 轴变化曲线如图 12 所示。在距计算断面 8 m 处轴线上方有较大隆起，地面隆起随着施工的推进逐渐转为沉降，在 $y=20$ m 时轴线上方有较大沉降值 12.9 mm，隆起由切口推力和盾壳摩擦力共同作用产生。

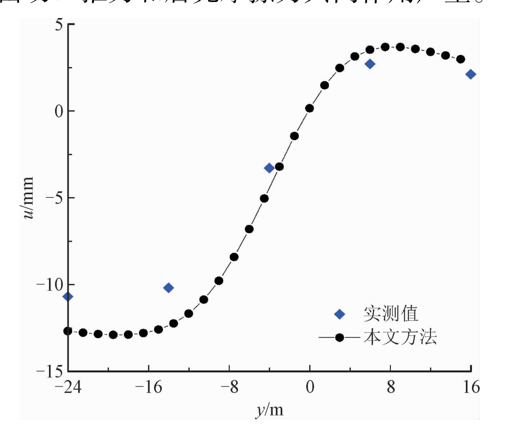


图 11　计算结果与 SD160 实测值对比

Fig. 11　Comparison of settlement of SD160 measured and calculated

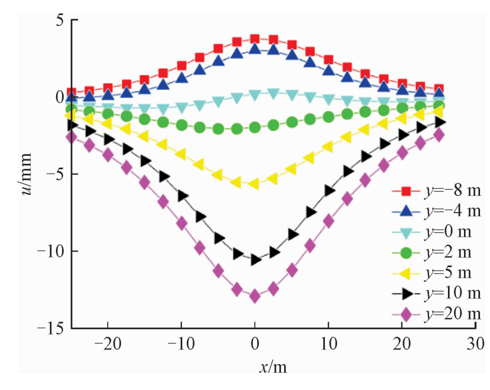


图 12　盾构推进引起总地表变形

Fig. 12　Surface deformation caused by shield construction

本算例中土体为中压缩性土，以本算例为基础，调整土体参数，分析高压缩性土和低压缩性土中盾构施工引起地表变形影响。如图 13 和图 14 所示，分别取土体剪切模量 $G=1$ 和 $G=8$，其余参数不变，作盾构施工引起地表变形曲线图。

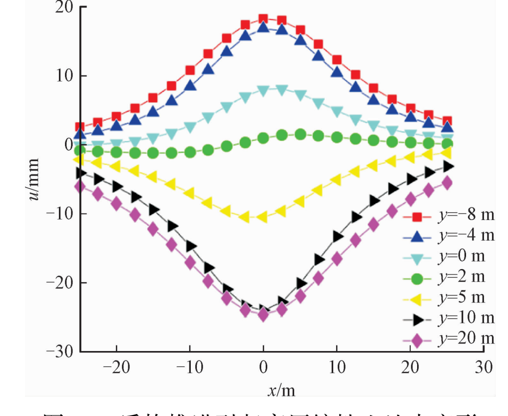


图 13　盾构推进引起高压缩性土地表变形

Fig. 13　Surface deformation of high-compressible-soil caused by shield construction

由图 12 ~ 图 14 可知,在其他参数相同的情况下,土体压缩性越好,盾构施工对地表变形的影响就越大。

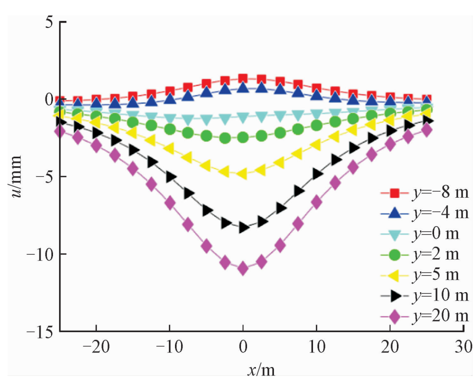


图 14 盾构推进引起低压缩性土地表变形

Fig. 14 Surface deformation of low-compressible-soil caused by shield construction

当土体为高压缩性土时,由于刀盘正面与侧面摩擦力作用因素的影响,地表变形曲线在盾构轴线两侧不对称分布,在超过计算断面 2 m 时,刀盘以外的因素引起地表沉降在该处相互抵消后,以刀盘因素为主因,在盾构轴线两侧造成一侧沉降一侧隆起。随着距离增加隆起转为沉降,在超过计算断面 20 m 时地表沉降为 24.6 mm。其他 y 值曲线沿盾构轴线两侧不均匀变形程度较另外两种土质明显。当土体为低压缩性土时,与高压缩性土相比,盾构施工引起地表隆起与沉降都在较小范围内变化,在 $y=-8$ m 时轴线上方有微小隆起,随着 y 值增加隆起转为沉降,$y=20$ m 时轴线上方沉降达 10.9 mm。明显由于所有盾构施工因素引起的地表变形减少,因此造成总地面不均匀沉降更小。

2.2 盾构掘进过程各因素引起孔隙水压力分析

本节对盾构掘进过程中各因素引起隧道周围半径为 3.5 m 的圆环上土体的孔隙水压力进行分析。如图 15(a)和图 15(b)所示,切口正面附加推力与盾壳摩擦力引起隧道周围土体的孔隙水压力沿断面均匀分布,都为圆心在隧道轴线上的圆形。切口正面附加推力引起孔隙水压力值在 $y=1$ m 时最大为 −8.6 kPa,随着距离计算断面距离的增加,孔隙水压力逐渐减少。盾壳摩擦力引起孔隙水压力值在盾构开挖面上较大,随着与计算断面位置距离增加,孔隙水压力值逐渐减少,超过 5 m 后孔隙水压力绝对值随着距离的增加而增大,$y=10$ m 时隧道周边圆环上孔隙水压力值约为 11.1 kPa。

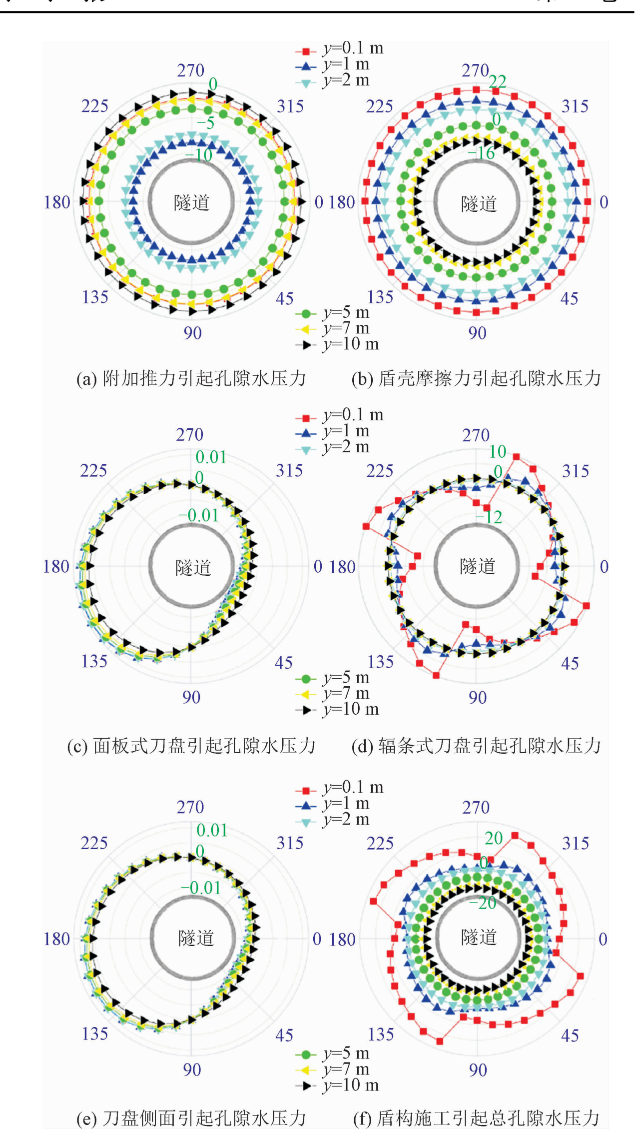


图 15 盾构引起隧道周围超孔隙水压力

Fig. 15 Pore pressure around the tunnel caused by shield construction

面板式刀盘摩擦引起隧道周围孔隙水压力值如图 15(c)所示,当 $y=0.1$ m 时孔隙水压力值最大,计算断面距刀盘越远,孔隙水压力值逐渐减少,在不同度数区间孔隙水压力值变化趋势不同,以 20° ~ 160°区间为例,20° ~ 90°之间孔隙水压力值绝对值减少,在 90° ~ 160°之间增大,在 20°与 160°处面板式刀盘引起孔隙水压最大绝对值为 0.01 kPa。如图 15(d)所示,由于辐条式刀盘计算模型应力只作用在辐条局部而不是散布在整个刀盘面上,因此辐条上应力较为集中,在靠近辐条的一定范围内,由于辐条之间的间隔不至于在同一位置产生过多相互消减,因此辐条式刀盘引起隧道周围孔隙水压力值在 $y=0.1$ m 时响应明显,随着距计算断面距离的增大,

孔隙水压力值迅速衰减，从 0.1 ~1 m 衰减幅度达 81%。当 $y=0.1$ m 时，以 10°~100°区间为例，其绝对值的最大值在 10°~20°处都为为 9.7 kPa，在 10°~20°之间孔隙水压力值绝对值先减少再增大，在 20°~60°之间逐渐减少，超过 60°其绝对值逐渐增加，其余角度区间与此区间规律类似。如图 15(e)所示，刀盘侧面引起孔隙水压力值形状与面板式刀盘相似，规律也基本相同，当 $y=0.1$ m 时在 150°与 30°处有最大绝对值 0.01 kPa。

盾构施工引起隧道周围土体总孔隙水压力图如图 15(f)所示，刀盘形式选择响应最为明显的辐条式刀盘结构。受刀盘磨阻影响，孔隙水压力沿圆周分布不均匀。以 10°~100°区间为例，当 $y=0.1$ m 时，盾构施工引起孔隙水压力值有最大值，最大值在 20°处约为 25.3 kPa，20°~100°孔隙水压力值逐渐减少。随着距计算断面的距离增加，孔隙水压力值迅速减少，超过 2 m 后孔隙水压力值的绝对值增加。

3 结　语

本研究参考目前盾构掘进对地层影响的相关研究，推导了刀盘正面摩擦力以及侧面摩擦力引起土体变形和孔隙水压力解答，其中刀盘正面摩擦力包括了辐条式和面板式两种类型的刀盘的摩擦力。结合盾构正面切口推力、盾壳侧面摩擦力与土体损失对地层的影响，通过实例计算与分析各因素引起地表变形与超孔隙水压的特点，使盾构掘进引起地层变化规律分析与研究更加全面。

盾构施工掘进时，切口附加推力与盾壳摩擦力都会造成盾构前方土体隆起，它们分别约以隧道开挖面和 $L/2$ 处为中点，在其两侧一定范围内反对称分布。切口附加推力在距盾构开挖面 1 m 处引起较大超孔隙水压力值，随着距离增加造成孔隙水压值减少。盾壳摩擦力以约 $L/2$ 处为中点，引起超孔隙水压力值的绝对值在盾构长度的范围内向两侧增大。

辐条式和面板式两种类型刀盘对地表沉降的影响非常相似，在盾构轴线正上方的地表处刀盘因素对地表变形基本无影响，随着向盾构轴线两侧延伸，两种类型刀盘都引起盾构轴线两侧地表变形不对称分布。对比两种类型刀盘引起隧道周围孔隙水压力，辐条式刀盘在刀盘所处断面处对超孔隙水压力响应较为明显，沿盾构方向衰减速度也较快。

参考文献：

[1] 孙统立，张庆贺，胡向东，等. 双圆盾构施工土体沉降有限元数值模拟[J]. 同济大学学报（自然科学版），2008，36(4)：466-471.
SUN Tongli, ZHANG Qinghe, HU Xiangdong, et al. Numerical simulation of ground settlement induced by Double-O-Tube (DOT) shield construction[J]. Journal of Tongji University (natural science), 2008, 36(4): 466-471 (in Chinese).

[2] KAVVADAS M, LITSAS D, VAZAIOS I, et al. Development of a 3D finite element model for shield EPB tunnelling[J]. Tunnelling and underground space technology, 2017, 65: 22-34.

[3] 张治国，张孟喜. 软土城区土压平衡盾构上下交叠穿越地铁隧道的变形预测及施工控制[J]. 岩石力学与工程学报，2013，32(增刊2)：3428-3439.
ZHANG Zhiguo, ZHANG Mengxi. Deformation prediction of subway tunnel induced by EPB shield in soft clay during above and down overlapped traversing process and its construction control[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2013, 32(S2): 3428-3429 (in Chinese).

[4] 刘树佳，张孟喜，吴惠明，等. 新建盾构隧道上穿对既有隧道的变形影响分析[J]. 岩土力学，2013，34(增刊1)：399-405.
LIU Shujia, ZHANG Mengxi, WU Huiming, et al. Deformation effect on existing tunnels overlapped by new tunnel in lower-region[J]. Rock and soil mechanics, 2013, 34(S1): 399-405 (in Chinese).

[5] PECK R B. Deep excavations and tunneling in soft ground[C]// Proceedings of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexico: [s. n.], 1969.

[6] ATTEWELL P B, FARMER I W. Ground deformations resulting from shield tunneling in London clay[J]. Canadian geotechnical journal, 1979, 11(3): 380-395.

[7] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, 1998, 124(9): 846-856.

[8] ATKINSON J H, POTTS D M. Subsidence above sallow tunnels in soft ground [J]. Journal of the geotechnical engineering division, 1997, 103: 307-325.

[9] 徐前卫. 盾构施工参数的地层适应性模型试验及其理论研究[D]. 上海：同济大学，2006.

[10] 朱训国，陈枫，徐孟林，等. 大连地铁盾构开挖地层移动规律的模型试验研究[J]. 岩土力学，2013，34(增刊1)：148-154.
ZHU Xunguo, CHEN Feng, XU Menglin, et al. Study of strata movement law through similar model test in the Dalian city sub-

way shield tunnelling[J]. Rock and soil mechanics, 2013, 34(S1):148-154 (in Chinese).

[11] MINDLIN R D. Force at a point in the interior of a semiinfinite solid[J]. Journal of applied physics,1936,7(5):195-202.

[12] 林存刚,张忠苗,吴世明,等.软土地层盾构隧道施工引起的地面隆陷研究[J].岩石力学与工程学报,2011,30(12):2583-2592.

LIN Cungang, ZHANG Zhongmiao, WU Shiming, et al. Study of ground heave and subsidence induced by shield tunnelling in soft ground[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2011,30(12):2582-2592 (in Chinese) .

[13] 梁荣柱,夏唐代,林存刚,等.盾构推进引起地表变形及深层土体水平位移分析[J].岩石力学与工程学报,2015,34(3):583-593.

LIANG Rongzhu, XIA Tangdai, LIN Cungang, et al. Analysis of ground surface displacement and horizontal movement of deep soils induced by shield advancing[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2015, 34(3): 583-593 (in Chinese).

[14] 唐晓武,朱季,刘维,等.盾构施工过程中的土体变形研究[J].岩石力学与工程学报,2010,29(2):417-422.

TANG Xiaowu, ZHU Ji, LIU Wei, et al. Research on soil deformation during shield construction process[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2010,29(2):417-422 (in Chinese).

[15] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Geotechnique,1987,37(3):301-320.

[16] 丁智,王凡勇,魏新江,等.饱和土盾构施工引起的三维土体变形及孔隙水压力研究[J].岩石力学与工程学报,2018,37(9):2189-2199.

DING Zhi, WANG Fanyong, WEI Xinjiang, et al. Three-Dimensional deformation and pore pressure caused by shield construction in saturated soil[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2018,37(9):2189-2199 (in Chinese).

[17] PARK K H. Elastic solution for tunneling-induced ground movements in clays[J]. International journal of geomechanics,2004,4(4):310-318.

[18] 魏纲.盾构施工中土体损失引起的地面沉降预测[J].岩土力学,2007(11):2375-2379.

WEI Gang. Prediction of surface settlement induced by ground loss during shield tunneling construction[J]. Rock and soil mechanics,2007 (11):2375-2379 (in Chinese).

[19] 陈振建.半无限饱和土内部作用集中力的初值解[J].水利水运科学研究,2000(2):33-38.

CHEN Zhenjian. Initial solution of semi-infinite saturated soil loaded by internal concentrated force[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute,2000(2):33-38 (in Chinese).

[20] MCNAMME J, GIBOSON R E. Displacement function and linear transform applied to diffusion through porous elastic media[J]. Quarterly journal of mechanics and applied mathematics,1960,13(1):98-111.

[21] SCHIFFMAN R L, FUNGAROLI A A. Consolidation due to tangential loads[C]//Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Montreal: [s. n.],1965:188-192.

[22] 钟晓春,林键,刘洪忠.土压平衡式盾构机刀盘扭矩力学模型研究[J].岩土力学,2006,27(增刊2):821-824.

ZHONG Xiaochun, LIN Jian, LIU Hongzhong. A study of mechanical model for Torgue of EBP shield machine[J]. Rock and soil machine,2006,27(S2):821-824 (in Chinese).

[23] 魏新江,王凡勇,丁智,等.软土区盾构刀盘扭矩分析及对地表变形影响[J].中南大学学报(自然科学版),2018,49(6):1491-1497.

WEI Xinjiang, WANG Fanyong, DING Zhi, et al. Analysis of torque of shield cutter head and its influence on surface deformation in soft soil region[J]. Journal of Central South University (science and technology), 2018, 49(6): 1491-1497 (in Chinese).

(编辑 张璐)